

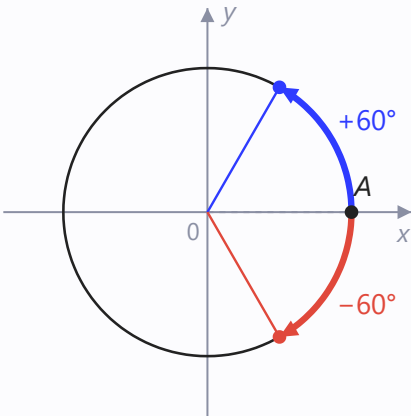
Углы в тригонометрии: окружность, градусы и радианы

Задания №7, №8 и №14 профильного ЕГЭ по математике

Вся тригонометрия начинается с окружности и углов на ней. Этот лист — про то, как устроены углы: откуда их считают, в какую сторону, какие углы главные и что такое радианы.

Тригонометрическая окружность

Это просто окружность радиуса 1 с центром в начале координат. Углы отсчитывают от точки A — правой точки окружности на оси x . Считать можно в две стороны: **против часовой стрелки — угол со знаком плюс, по часовой — со знаком минус.**



Отсчёт от точки A : $+60^\circ$ — против часовой стрелки, -60° — по часовой

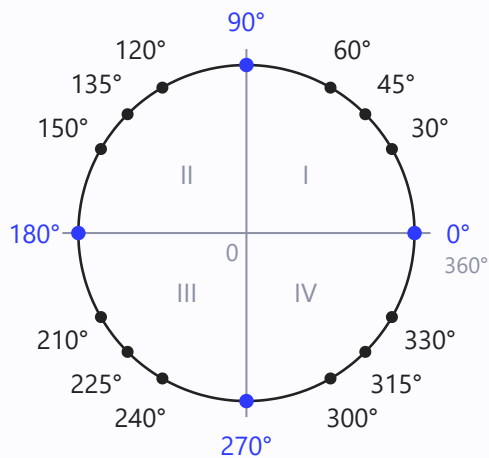
Угол — это поворот из точки A . Поворачивать можно сколько угодно, поэтому угол бывает больше 180° , больше целого оборота и отрицательным. Полный оборот — 360° : после него точка снова в A .

Прибавь или отними 360° — попадёшь в ту же точку. 390° и 30° — одна точка, -60° и 300° — тоже одна.

Четверти и основные углы

Оси делят окружность на четыре четверти. Нумеруют их против часовой стрелки, первая — правая верхняя. На осях стоят 0° , 90° , 180° и 270° . В первой четверти три главных угла: 30° , 45° , 60° . В остальных четвертях — те же углы, отражённые через оси.

Четверть	Углы	Как получаются
I	$30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$	это и есть главные углы
II	$120^\circ, 135^\circ, 150^\circ$	$180^\circ - \text{угол: } 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$
III	$210^\circ, 225^\circ, 240^\circ$	$180^\circ + \text{угол: } 180^\circ + 45^\circ = 225^\circ$
IV	$300^\circ, 315^\circ, 330^\circ$	$360^\circ - \text{угол: } 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$



Основные углы в градусах и номера четвертей

Запоминать нужно только углы первой четверти — 30° , 45° , 60° — и четыре угла на осях: 0° справа, 90° сверху, 180° слева, 270° снизу. Остальные считаются от них: во второй четверти отнимаем от 180° , в третьей прибавляем к 180° , в четвёртой отнимаем от 360° .

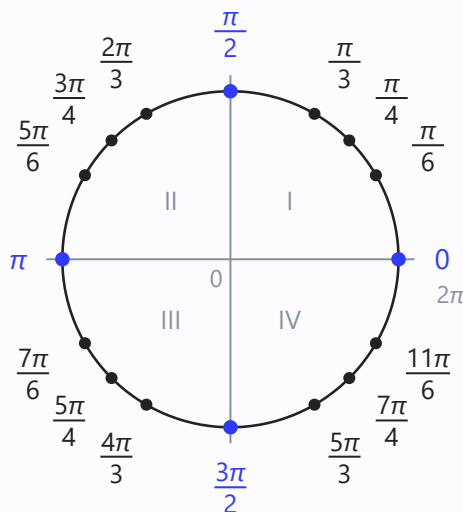
Рadiany

Углы измеряют не только в градусах, но и в радианах. Всё, что нужно помнить: $180^\circ = \pi$. Тогда полный оборот — 2π , прямой угол — $\frac{\pi}{2}$, а любой другой угол переводится умножением.

из градусов в радианы: $\alpha^\circ \cdot \frac{\pi}{180}$

из радианов в градусы: $x \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$

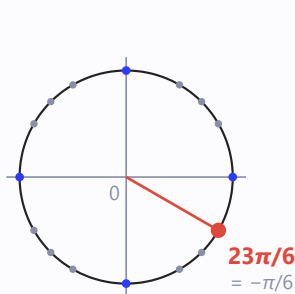
Градусы	Рadiany	Градусы	Рadiany	Градусы	Рadiany
0°	0	120°	$\frac{2\pi}{3}$	240°	$\frac{4\pi}{3}$
30°	$\frac{\pi}{6}$	135°	$\frac{3\pi}{4}$	270°	$\frac{3\pi}{2}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	150°	$\frac{5\pi}{6}$	300°	$\frac{5\pi}{3}$
60°	$\frac{\pi}{3}$	180°	π	315°	$\frac{7\pi}{4}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	210°	$\frac{7\pi}{6}$	330°	$\frac{11\pi}{6}$
				360°	2π



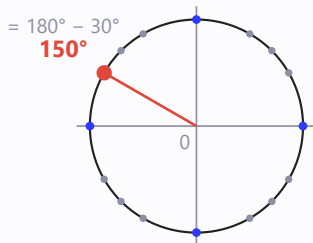
Та же окружность в радианах: $\frac{\pi}{2}$ сверху, π слева, $\frac{3\pi}{2}$ снизу

Как отметить угол на окружности

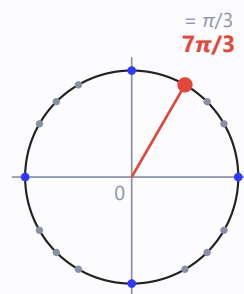
Целые обороты точку не меняют: 2π (то есть 360°) можно прибавлять и отнимать сколько нужно. Убираем обороты, а остаток находим по основным углам.



$$\frac{23\pi}{6} = 4\pi - \frac{\pi}{6}: \text{два оборота и } \frac{\pi}{6} \text{ назад — точка } -\frac{\pi}{6}, \text{ она же } \frac{11\pi}{6}$$



$$150^\circ = 180^\circ - 30^\circ: \text{от точки } 180^\circ \text{ отступаем на } 30^\circ \text{ — вторая четверть}$$



$$\frac{7\pi}{3} = 2\pi + \frac{\pi}{3}: \text{оборот и ещё } \frac{\pi}{3} \text{ — точка } \frac{\pi}{3}$$

Где теряют балл

Перепутали направление

Минус — всегда по часовой стрелке. Отложил -30° не в ту сторону — попал в другую четверть, и дальше неверен знак функции.

Перепутали $\pi/3$ и $\pi/6$

Чем больше знаменатель, тем меньше угол: $\frac{\pi}{6} = 30^\circ$, $\frac{\pi}{3} = 60^\circ$. Проверка: 180° разделить на знаменатель.

Умножили на 180 вместо $180^\circ/\pi$

$\frac{\pi}{3} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 60^\circ$. Если умножить просто на 180, выйдет 60π — такого угла нет.

«Угол больше 180° не бывает»

В тригонометрии бывает: угол — это поворот. 210° , -400° , 1000° — обычные углы, у каждого своя точка на окружности.